

Polo Scientifico Tecnico Professionale Fermi – Giorgi

PROGRAMMA di MATEMATICA

Prof. Ciabattari Fabrizio

Classe V ASP

a.s. 2019/2020

Titolo del modulo	Contenuti disciplinari
Geometria analitica nello spazio	Sistema di assi cartesiani nello spazio; coordinate e vettori nello spazio. Formula della distanza tra due punti. Equazioni di rette e piani; mutue posizioni di rette e piani. Equazione della sfera.
Funzioni e limiti	<p>Funzione reale di variabile reale</p> <p>Definizione di funzione reale di variabile reale. La classificazione delle funzioni. Dominio, codominio, grafico di funzione. Le proprietà delle funzioni. Funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva. Funzione crescente, funzione decrescente, funzione monotona. Funzione periodica. Funzione pari e dispari. Funzione inversa e condizioni per l'invertibilità. Funzioni composte. Elementi di topologia della retta. Insiemi limitati. Insiemi illimitati. Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore di una funzione. Intervalli e intorni sulla retta reale.</p> <p>Limite di funzioni reali di variabile reale</p> <p>Introduzione al concetto di limite mediante opportuni esempi e considerazioni grafiche. Definizione generale di limite. Definizione di asintoto. Definizione di asintoto verticale. Definizione di asintoto orizzontale. Teoremi sui limiti: teorema dell'unicità del limite; teorema della permanenza del segno; teorema del confronto.</p> <p>Le funzioni continue e l'algebra dei limiti</p> <p>Definizione di funzione continua in un punto. I limiti delle funzioni elementari. Calcolo di limiti. Forme di indeterminazione di funzioni algebriche e loro risoluzione. Forme di indeterminazione di funzioni trascendenti e loro risoluzione. Limiti notevoli:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0; \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1; \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1;$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e; \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a. \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x} = k$

<p style="text-align: center;">Le successioni</p>	<p>Successioni e progressioni</p> <p>Definizione di successione e rappresentazione di una successione. Progressioni aritmetiche. Termine generale a_n di una progressione aritmetica. Somma dei primi n termini di una progressione aritmetica. Le progressioni geometriche. Termine generale a_n di una progressione geometrica. Somma dei primi n termini di una progressione geometrica.</p> <p>Il limite di una successione</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$; <i>non esistenza del</i> $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$</p> <p>Teoremi sui limiti delle successioni: confronto, operazioni con i limiti. Somma della serie geometrica.</p>
<p>Continuità</p>	<p>Le funzioni continue</p> <p>Comportamento delle funzioni continue rispetto alle operazioni tra funzioni. Continuità e funzione inversa. Punti di discontinuità di I°, II°, III° specie. Proprietà delle funzioni continue: teorema di esistenza degli zeri e il metodo di bisezione; teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi. Ricerca degli asintoti verticali, orizzontali e obliqui di una funzione. Grafico probabile di una funzione.</p>
<p>Calcolo differenziale</p>	<p>La derivata di una funzione</p> <p>Problemi che conducono al concetto di derivata: il problema della retta tangente a una curva in un suo punto; il problema della velocità istantanea. Definizione di derivata di $y=f(x)$ in un punto come limite del rapporto incrementale. Significato geometrico della derivata di una funzione in un punto. Continuità e derivabilità. Derivate delle funzioni elementari. Teoremi sul calcolo delle derivate (la derivata della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni, derivata del reciproco di una funzione). Derivata di una funzione composta. Derivata di $[f(x)]^{g(x)}$. Derivata della funzione inversa. Derivate di ordine superiore al primo. Equazione della retta tangente al grafico di $y=f(x)$. Punti stazionari. Classificazione dei punti di non derivabilità (punti angolosi, cuspidi e punti di flesso a tangente parallela all'asse y). Applicazione delle derivate alla fisica (relazioni spazio – velocità – accelerazione, quantità di carica ed intensità di corrente)</p> <p>I teoremi del calcolo differenziale</p> <p>Punti di massimo e di minimo relativo e assoluto. I teoremi di Fermat e di Rolle. Il Teorema di Lagrange. Le funzioni crescenti e decrescenti e criteri per l'analisi dei punti stazionari: criterio di monotonia per le funzioni derivabili; ricerca dei punti di estremo relativo mediante lo studio del segno della derivata prima. Ricerca dei punti di massimo e di minimo assoluto di $f(x)$. Problemi di massimo e minimo elementari, di geometria euclidea, di geometria analitica, di geometria dello spazio e in ambito generale. Funzioni concave e convesse; punti di flesso di una funzione. Segno della derivata seconda e concavità della funzione. La ricerca dei flessi con lo studio del segno della derivata seconda. Flessi a</p>

	<p>tangente orizzontale, obliqua, verticale. Il teorema di De L'Hospital. Calcolo di limiti mediante il teorema di De L'Hospital.</p> <p>Lo studio di funzione</p> <p>Studio completo di una funzione e relativo grafico. Grafici deducibili; dal grafico di una funzione a quello della sua derivata.</p>
<p>Calcolo integrale</p>	<p>Integrali indefiniti</p> <p>Primitive e integrale indefinito. Integrali delle funzioni elementari. La linearità dell'integrale indefinito. Integrali delle funzioni composte. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione.</p> <p>Integrali definiti</p> <p>Dal problema della misura di un'area al concetto di integrale definito. Le proprietà dell'integrale definito e il suo calcolo. Teorema della media integrale e interpretazione geometrica. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Applicazioni geometriche degli integrali definiti: calcolo delle aree di figure piane e calcolo dei volumi dei solidi di rotazione in casi semplici. Applicazione degli integrali alla fisica: lo spazio e la velocità; il lavoro di una forza; la quantità di carica e la corrente elettrica.</p>

Lucca, 15/05/2020

Il docente
Fabrizio Ciabattari